

УДК 628.979:159.93

**А. С. Сысоев,**  
канд. физ.- мат. наук  
Харьковская  
национальная академия  
городского хозяйства  
Кафедра физики,  
ул. Революции, 12,  
г. Харьков,  
61002, Украина

## **КВАЗИОПТИЧЕСКИЙ ОТКРЫТЫЙ РЕЗОНАТОР С АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНОЙ**

**Введение.** В настоящее время теоретически и экспериментально исследован открытый резонатор (ОР) с изотропной пластиной диэлектрика. При внесении в резонатор анизотропного слоя, вследствие явления двойного лучепреломления, колебания в ОР могут быть возбуждены как на обыкновенных, так и на необыкновенных волнах. При этом спектр колебаний ОР расщепляется за счет снятия поляризационного вырождения.

Для анализа колебаний на обыкновенных волнах (обыкновенные колебания ОР) полностью применимы результаты, развитые для ОР с изотропной пластиной диэлектрика [1]. Для анализа колебаний на необыкновенных волнах (будем в дальнейшем называть их необыкновенными колебаниями) надо предварительно ответить на два вопроса: как изменяются коэффициенты отражения и прохождения и варианты волновых пучков резонансных колебаний на необыкновенных волнах по сравнению с аналогичными для обыкновенных волн.

**Основная часть.** С этой целью рассмотрим падение плоской волны на плоскопараллельный слой одноосного кристалла. Пусть плоская линейно поляризованная электромагнитная волна нормально падает на слой одноосного кристалла, оптическая ось  $\vec{c}$  которого составляет угол  $\varphi$  с нормалью  $\vec{q}$  к границе раздела (см. рис. 1).

Тензор диэлектрической проницаемости кристалла имеет вид

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}$$

где  $\varepsilon_e$  - диэлектрическая проницаемость в направлении оптической оси кристалла,  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость в направлении, перпендикулярном к оптической оси кристалла.



В необыкновенной волне фаза распространяется вдоль вектора волновой рефракции  $\vec{m}_e$ , а поток энергии – вдоль вектора лучевой рефракции  $\vec{p}_e$ , определяемого формулой

$$p_e = \left[ \frac{\varepsilon_0^2 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e^2 \cos^2 \varphi}{\varepsilon_0 \varepsilon_e (\varepsilon_0 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e \cos^2 \varphi)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

Вектор лучевой рефракции  $\vec{p}_e$  необыкновенной волны составляет с вектором волновой рефракции  $\vec{m}_e$  угол  $\alpha$ , который определяется формулой

$$\cos \alpha = \frac{\varepsilon_0 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e \cos^2 \varphi}{[\varepsilon_0^2 \sin^2 \varphi + \varepsilon_e^2 \cos^2 \varphi]^{1/2}} \quad (5)$$

Из формул (3), (4) и (5) для  $n_e$ ,  $p_e$  и  $\cos \alpha$  можно сделать вывод, что

$$p_e \cos \alpha = \frac{1}{n_e} \quad (6)$$

В необыкновенной волне вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}_e$  перпендикулярен вектору волновой рефракции  $\vec{m}_e$ , а вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}_e$  перпендикулярен вектору лучевой рефракции  $\vec{p}_e$ . Тангенциальная составляющая вектора  $\vec{E}_e$  необыкновенной волны равна

$$E_{ex} = E_e \cos \alpha \quad (7)$$

Подставляя сюда формулу (2) и учитывая формулу (6), получаем

$$E_{ex} = -B_e \varepsilon_0 \exp(ikn_e z) \quad (8)$$

т.е. получаем, что амплитуда тангенциальной составляющей не зависит от угла  $\varphi$  между направлением распространения волны и направлением оптической оси кристалла, как это имеет место и для обыкновенной волны.

Приравнивая тангенциальные компоненты полного электрического и магнитного полей на обеих поверхностях кристалла, получаем для коэффициентов отражения  $R_e$  и преломления  $T_e$  для необыкновенных волн формулы, которые полностью совпадают с аналогичными для обыкновенных волн, если в последних сделать замену  $n_o \rightarrow n_e$ , т.е. показатель преломления обыкновенной волны заменить на показатель преломления необыкновенной волны.

Переходя от плоских волн к волновым пучкам, зависимость поля падающего волнового пучка от поперечной координаты  $x$  определяется формулой

$$E_i \approx \exp\left(-\frac{kn_i x^2}{2V_i(z)}\right) \quad (9)$$

Величина  $V_i(z)$ , определяемая формулой

$$V_i(z) = n_i A_0 + i(z + z_0) \quad (10)$$

называется варіансом волнового пучка,  $A_0 = \frac{kn_i w_0^2}{2}$ ,  $w_0$  - радіус пляна поля в горловині,  $z_0$  - відстань від горловини до поверхності кристала. Все геометрические параметри пучка – радіус пляна поля  $w$ , радіус кривизни фазового фронту  $R$  - неявним образом содержатся в варіансе  $V_i(z)$ . Представляя  $V_i^{-1}(z)$  в виде

$$\frac{1}{V_i(z)} = \frac{2}{kn_i w_i^2} - i \frac{1}{R_i} \quad (11)$$

формула (9) преобразуется к виду

$$E_i \approx \exp\left(-\frac{x^2}{w_i^2} + \frac{ikn_i x^2}{2R_i}\right) \quad (12)$$

Для преломленного волнового пучка напряженность электрического поля определяется формулой

$$E_e \approx \exp\left[-\frac{kn_e(x - z \operatorname{tg} \alpha)^2}{2V_e(z)}\right] \quad (13)$$

где варіанс  $V_e(z)$  необыкновенного пучка определяется той же формулой, что и для обыкновенного. с заменой  $n_0 \rightarrow n_e$

$$V_e(z) = \frac{n}{n_i} V_i(0) + iz \quad (14)$$

Отметим, что варіанс преломленного необыкновенного пучка в кристалле изменяется не вдоль направления переноса энергии, определяемого уравнением  $x = z \operatorname{tg} \alpha$ , а вдоль направления изменения фазы (вдоль оси  $z$ ).

Для прошедшего необыкновенного напряженность  $E_{ei}$

$$E_{ei} \approx \exp\left[-\frac{kn_i(x - a)^2}{2V_{ei}(z)}\right] \quad (15)$$

с варіансом 
$$V_{ei}(z) = \frac{n_i}{n_e} V_e(d) + i(z - d) \quad (16)$$

где  $V_e(d)$  - значение варіанса преломленного волнового пучка на второй границе раздела. Из формулы (15) видно, что прошедший необыкновенный волновой пучок распространяется параллельно прошедшему обыкновенному пучку, но его ось сдвинута на расстояние  $a = d \operatorname{tg} \alpha$  относительно оси обыкновенного пучка.

Таким образом, коэффициенты отражения, прохождения и варианты обыкновенного и необыкновенного пучков определяются одними и теми же формулами с заменой показателя преломления  $n_o$  на  $n_e$  [2]. Единственное отличие состоит в том, что прошедший необыкновенный волновой пучок смещен на расстояние  $a = dtg\alpha$  относительно падающего в главной плоскости падения.

Поэтому, если центр одного из зеркал открытого резонатора так же сместить на расстояние  $a$  относительно оси резонатора в главной плоскости падения кристалла, то полученные для резонатора с изотропной пластиной диэлектрика результаты остаются справедливыми и для резонансных колебаний на необыкновенных волнах с единственной заменой  $n \rightarrow n_e$ , т. е. показатель преломления изотропного диэлектрика  $n$  надо заменить на показатель преломления  $n_e$  для необыкновенных волн. Конфигурация поля резонансного колебания и ход осевых волн показан на рис. 2.

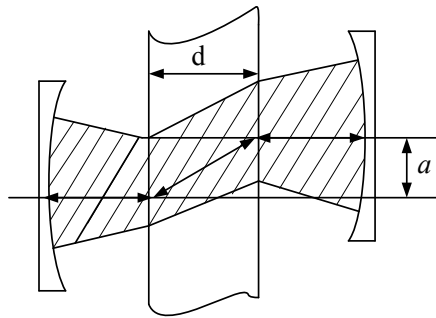


Рис. 2

Для ОР, у которого одно из зеркал плоское, такое смещение зеркал, естественно, приводить не требуется [3]. У такого резонатора пятно поля резонансного колебания на необыкновенных волнах на плоском зеркале смещено на расстояние  $a = dtg\alpha$  относительно оси резонатора. Конфигурация резонансного поля и ход осевых волн резонансного волнового пучка такого ОР показан на рис. 3.

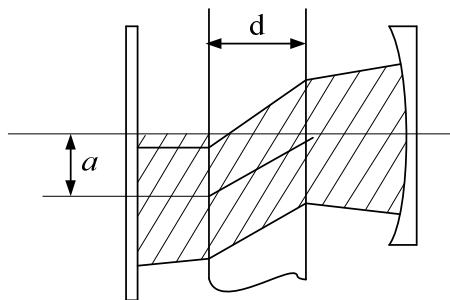


Рис. 3

Если не смещать в резонаторе с вогнутыми зеркалами одно из зеркал в нем так же возможно возбудить необыкновенные резонансные колебания. Однако добротность таких колебаний будет низкой ввиду того, что из-за смещения оси прошедшего слой необыкновенного волнового пучка его волновая поверхность не совпадает с отражающей поверхностью зеркала, на которое он падает. Вследствие этого будут иметь место большие потери на преобразование необыкновенного волнового пучка в резонансное колебание.

Открытый резонатор с анизотропным диэлектриком возбужденный на необыкновенных волнах позволяет экспериментально измерить диэлектрическую

проницаемость  $\varepsilon_e$  и потери необыкновенных волн в таком диэлектрике в диапазоне миллиметровых и субмиллиметровых волн. Для этого резонатор без диэлектрика возбуждают на одном из типов колебаний. Затем вносят диэлектрик и, контролируя тип колебания в резонаторе, смещают одно из зеркал вдоль оси резонатора на  $\Delta L$ , так чтобы снова добиться резонанса. Для необыкновенных волн надо еще на  $d \operatorname{tg} \alpha$  сместить одно из зеркал в направлении, перпендикулярном оси резонатора в главной плоскости кристалла. Относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_e$  тогда находится из формулы

$$\varepsilon_e^2 = 1 + \frac{\Delta L}{d} \quad (18)$$

где  $\Delta L$  - подстройка резонатора.

Если не производить смещение одного из зеркал в поперечном направлении, то на необыкновенных волнах из-за низкой добротности резонатора резонансная кривая будет не узкая, настройка в резонанс неточная и погрешности измерения  $\varepsilon_e$  достаточно большие, а измерение  $\operatorname{tg} \delta$  потерь для необыкновенных волн дает завышенный результат. При смещении одного из зеркал в поперечном направлении на  $d \operatorname{tg} \alpha$  нагруженная добротность  $Q_n$  на необыкновенных волнах достигает максимального значения, резонансная кривая становится узкой и позволяет произвести точную настройку резонатора в резонанс и, тем самым, более точное измерение подстройки  $\Delta L$ . Тем самым достигается более точное измерение  $\varepsilon_e$  и потерь в диэлектрике  $\operatorname{tg} \delta$  на необыкновенных волнах.

### Выводы:

1. Если сместить одно из зеркал в главном сечении кристалла в поперечном к оси резонатора направлении на расстояние  $d \operatorname{tg} \alpha$ , то все результаты полученные для резонатора с изотропной пластиной диэлектрика, становятся справедливыми и для открытого резонатора с анизотропной пластиной, возбужденного на необыкновенных волнах, с единственной заменой в формулах  $n \rightarrow n_e$  т.е. показатель преломления изотропного диэлектрика надо заменить на показатель преломления для необыкновенных волн.

2. В резонаторе, у которого одно из зеркал смещено в поперечном направлении на  $d \operatorname{tg} \alpha$  достигается более точное измерение  $\varepsilon_e$  и  $\operatorname{tg} \delta$  на необыкновенных волнах, чем у резонатора, где такое смещение не производилось.

3. В резонаторе, одно из зеркал которого является плоским, такое смещение зеркал производить не требуется. Поэтому такая конфигурация резонатора является оптимальной, поскольку без всякого изменения геометрии резонатора позволяет определить относительную диэлектрическую проницаемость как на обыкновенных, так и на необыкновенных волнах.

### Литература

1. Сысоев А.С. Украинский физический журнал. - 1989.-т. 34, вып. 10.-с. 1487 – 1493.
2. Федоров Ф.И. Филиппов В.В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. – Минск.: Наука и техника, 1976.
3. Вертий А.А., Иванченко И.В. Шестопапов В.П.//Радиотехника и электроника. – 1981. – 26, вып.2. – с. 294 – 298.

## КВАЗІОПТИЧНИЙ ВІДКРИТИЙ РЕЗОНАТОР З АНІЗОТРОПНОЮ ПЛАСТИНОЮ

А. С. Сисоєв

*Доведено, якщо змістити одне з дзеркал в головному перерізі кристалу у поперечному до осі резонатора напрямку на відстань, що дорівнює зміщенню незвичайного резонансного пучка при проходженні анізотропної пластини, то всі результати, які отримані для резонатора з ізотропною пластинною діелектрика, стають справедливими і для відкритого резонатора з анізотропною пластинною, який збуджено на незвичайних хвилях, з однією заміною в формулах  $n \rightarrow n_e$ .*

## QUASIOPTICAL OPEN RESONATOR WITH A PLATE OF ANISOTROPIC DIELECTIC

A. S. Sysojev

*In the work it is proved that in case of mirror shifting in main of the crystal section in the across direction to the resonator axis to the size equal to shifting of extraordinary resonance beam coming though an anisotropic plate, all the results obtained for the resonator with an isotropic plate of dielectric become valid for an open resonator with an anisotropic plate excited on extraordinary waves. It is noted that necessary the only substitution in the formulas  $n \rightarrow n_e$ .*